

GENERALIZACIÓN DEL MODELO PROBABILÍSTICO DE WEIBULL MEDIANTE UN PARÁMETRO ENÉRGICO BASADO EN EL GRADIENTE DE DEFORMACIÓN

S. Blasón¹, M. Muniz-Calvente¹, J. A.F.O. Correia², A. de Jesus², E. Castillo³, A. Fernández Canteli^{1*}

¹Dpto. de Construcción e Ingeniería de Fabricación, Universidad de Oviedo, Campus de Gijón, 33203 Gijón

²INEGI, Campus da FEUP, Rua Roberto Frias 400, University of Porto 4200-465 Porto, Portugal

³Dpto. de Matemática Aplicada, Universidad de Cantabria, Avda. de los Castros 44, 39005 Santander

* Persona de contacto: blasonsergio@uniovi.es

RESUMEN

En este trabajo se analiza la aplicabilidad del parámetro generalizado de referencia $GP = E(\sigma_{max} (d\epsilon/d\sigma)_{max} - \sigma_{min} (d\epsilon/d\sigma)_{min})$, como sustitutivo al rango de tensiones convencional, $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$, en un intento de superar las limitaciones evidenciadas en el modelo básico probabilístico de Weibull propuesto por Castillo y Fernández Canteli, en particular en lo referente a la superación de la tensión última, ahora evitada, y a la ambigua interpretación del parámetro B , que define la vida mínima garantizada. Los gradientes de deformación se calcularían a partir del diagrama cíclico tensión-deformación del material, definido, en principio, analíticamente. Con esta aproximación, se trata de representar el fenómeno de fatiga más adecuadamente que mediante el parámetro convencional $\Delta\sigma$, pero sobre todo de extender la aplicabilidad del modelo al dominio de fatiga de bajo número de ciclos. El resultado final como campo $GP-N$ puede reconvertirse, opcionalmente, a la forma tradicional del campo $\Delta\sigma - N$ que debería adoptar ahora una forma sigmoidal típica del campo experimental S-N, permitiendo el ajuste en la zona de bajo número de ciclos. Se discute la adecuación física del parámetro generalizado propuesto y se presenta un ejemplo de aplicación del nuevo modelo en la evaluación de resultados experimentales. El resultado no satisfactorio permite, sin embargo, algunas conclusiones de interés práctico.

PALABRAS CLAVE: Campo S-N probabilístico, parámetro de referencia energético, región LCF.

ABSTRACT

In this work, the applicability of the energetic reference parameter $GP = E(\sigma_{max} (d\epsilon/d\sigma)_{max} - \sigma_{min} (d\epsilon/d\sigma)_{min})$ is analyzed as an alternative to the conventional stress range $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$, aiming at overcoming the limitations evidenced by the basic version of the Weibull probabilistic model of Castillo and Fernández Canteli. In this way, overpassing of the ultimate stress and the necessity of considering the dubious interpretation of the B parameter representing the minimum possible lifetime, is eluded. The strain gradients are calculated from the cyclic stress-strain curve of the material. With this approach a more reliable description of the fatigue progress, as that using the conventional $\Delta\sigma$ parameter, is pursued but foremost an extension of the applicability of the probabilistic model to the low cycle fatigue domain. The final result as a $GP-N$ field can be optionally reconverted to the conventional of the $\Delta\sigma - N$ field, which should speculatively adopt the typical sigmoidal shape fitting the experimental S-N field in the LCF region. The physical adequacy of the generalized parameter proposed is discussed and an example of application of the new model is introduced for the assessment of experimental data. The non-satisfactory result allows some conclusions of practical interest to be drawn.

KEYWORDS: S-N probabilistic field, energetic reference parameter, LCF region

1. INTRODUCCIÓN

El modelo probabilístico de Castillo-Canteli [1], surge como solución de una ecuación funcional y define el campo S-N relacionando rangos de tensión y número de ciclos en función de una variable normalizada $V = (\log N - B) / (\log \Delta\sigma - C)$. Entre las ventajas del modelo cabe destacar su robustez, al estar basado en una condición de compatibilidad estadística de obligado cumplimiento entre las funciones de distribución $F(N; \Delta\sigma)$ y $F(\Delta\sigma; N)$, la definición probabilística del campo S-N mediante curvas percentiles de rotura asociadas

implícitamente a tamaños de grieta y su normalización al reducir todo el campo a una simple función de distribución (fdd) de la variable normalizada $V = (\log N - B) / (\log \Delta\sigma - C)$. Esta última propiedad posibilita una consecuente consideración del efecto de escala, y su aplicabilidad general a otros modelos relacionados con problemas de predicción de vida en daño [2].

Sin embargo, presenta dos aparentes inconsistencias, solo parcialmente resueltas hasta la fecha: El carácter asintótico de la solución, que obvia el hecho de la existencia de un límite superior de la tensión, identificado con la tensión de rotura

del material, y la dificultad de interpretación física de la asíntota B como límite inferior del número de ciclos. Ciertamente, la aplicación del modelo en la definición del campo ε - N resuelve, en parte, esas limitaciones del modelo [3], dado que aunque la suposición de una deformación infinita no sea admisible, al menos, contrariamente al caso de las tensiones, permite evaluar valores ciertamente grandes de la deformación.

Tras analizar los resultados experimentales de fatiga en un extenso número de programas experimentales de fatiga, surge duda la duda sobre la idoneidad del rango de tensión $\Delta\sigma$ como parámetro omnipresente y universal de referencia en el estudio de fatiga, especialmente en aquellos casos en los que las tensiones aplicadas alcanzan niveles de no linealidad entre tensión y deformación. En estos casos, resulta recomendable o más bien ineludible, recurrir a otras posibles variables de referencia que junto al rango de tensión $\Delta\sigma$, o en su caso al valor de tensión σ , incorporen de algún modo la potencial influencia ejercida por la variación del valor de la deformación ε , concomitante con la variación de la tensión.

Existen ya propuestas de recurrencia a parámetros de referencia de tipo energético, como el de Smith-Watson-Topper [4], aplicado satisfactoriamente por Correia et al [5] en el análisis probabilístico de fatiga en entallas, una vez integrado en el modelo de Castillo-Canteli, o la propuesta de los autores [6] aplicando un nuevo parámetro energético, definido como $GP = \Delta\sigma \cdot \varepsilon_{max}$ que proporciona unos resultados relativamente satisfactorios, incluyendo la consideración de probabilidad, aunque la falta de una justificación teórica de la propuesta supone asignar la categoría de “empírico” a tal modelo. En este mismo sentido discurre la propuesta que se formula en este artículo en el que se pretende una extensión del modelo probabilístico mencionado al análisis de problemas de fatiga de bajo número de ciclos (LCF) mediante la posible eliminación de esas inconsistencias observadas.

2. EL MODELO DE KOHOUT-VÉCHET

En esta sección se analiza el modelo propuesto por Kohout-Véchet [7] como un interesante caso previo de análisis para la modelización unitaria del campo de Wöhler, que permite reproducir de manera conjunta todo el campo S-N, desde LCF hasta HCF (ver figura 1).

El modelo de Kohout-Véchet se basa en una definición sigmoideal apriorística del campo S-N que incluye la doble presencia de asíntotas horizontales, facilitando así un posible ajuste de resultados en la región de LCF (low cycle fatigue), a la de HCF (high cycle fatigue) y tal vez a la de VHCF (very

high cycle fatigue). Incluso los autores lo extienden a VLCF, lo que resulta más discutible dado que en este caso los fenómenos de plasticidad implicados parecen exigir otro tipo de modelización diferente al de fatiga. Esto implica la definición de un límite inferior representado por el límite de fatiga, σ_∞ , ajustable a partir de los resultados experimentales, y de un límite superior, σ_I , identificado con la tensión de rotura o tensión última del material σ_u . A su vez, la curva S-N está definida por dos valores característicos del número de ciclos, B y C , que hace que presente una antisimetría central, lo que supone una imposición severa en la forma del modelo. La identificación de σ_I con σ_u reduce el número de parámetros a estimar a tres, de los cuatro iniciales, necesarios para definir el modelo en todo el campo S-N, incluyendo las regiones de LCH, HCF, VHCF (ultra alto número de ciclos). La extensión utilizando rangos de tensión, en lugar de tensiones se supone inmediata.

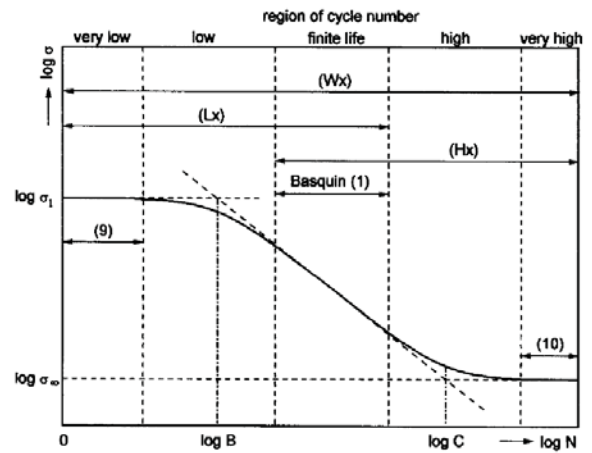


Figura 1. Modelo de Kohout-Véchet propuesto para la evaluación del campo S-N desde la región LCF hasta la de VHCF (De [7]).

La ecuación del modelo puede adoptar diferentes variantes:

$$\sigma = a \left[\frac{(N+B)C}{N+C} \right]^b = a C^b \left[\frac{N+B}{N+C} \right]^b \quad (1)$$

Tomando logaritmos la expresión se transformaría en:

$$\log \sigma = \log a + b \log \left[\frac{N+B}{N+C} \right] + b \log C \quad (2)$$

Como se comprueba, para $N \rightarrow \infty$, $\sigma = \sigma_\infty$ y de (1) resulta $\sigma_\infty = a C^b$ mientras que para $N \rightarrow 0$, $\sigma = \sigma_u$ y de (1) resulta $\sigma_u = a B^b$, con lo que el modelo adoptaría la forma:

$$\sigma = \sigma_\infty \left[\frac{N+B}{N+C} \right]^b = \sigma_u \left[\frac{1+\frac{N}{B}}{1+\frac{N}{C}} \right]^b \quad (3)$$

En la figura 1 se pueden observar las dos asíntotas horizontales, correspondientes al límite de fatiga σ_{∞} y a la tensión de rotura σ_u , y la forma sigmoidal con antisimetría en el punto medio de $\log B$ y $\log C$.

Sin embargo, presenta los siguientes limitaciones: a) se trata de un modelo empírico determinista cuya derivación se basa únicamente en su potencial capacidad de ajuste de los resultados, sin que satisfaga condiciones estadísticas en su deducción, como la de compatibilidad entre las funciones de distribución $F(N; \Delta\sigma)$ y $F(\Delta\sigma; N)$, b) no proporciona un campo probabilístico de vida, que tendría que implementarse *a posteriori* mediante algún tipo de consideraciones o hipótesis, una vez realizado el ajuste de resultados, c) no resuelve la extrapolación mediante consideración del efecto de escala, ni garantiza, por lo tanto, la transferibilidad de resultados de laboratorio al diseño práctico y d) no proporciona la normalización del campo $S-N$, que permitiría, la optimización en la evaluación probabilística conjunta de resultados con maximización de fiabilidad, el tratamiento simple y probabilístico de daño y, finalmente, la inclusión de este modelo en el concepto del modelo local generalizado [8-9].

De ahí que este modelo no parece que aporte posibles soluciones que puedan inducir mejoras en otros modelos probabilísticos, aunque en un primer momento el modelo parece responder adecuadamente a las exigencias de un mero ajuste de resultados.

Aparte de ello, como ya se ha mencionado, no hay razón para admitir una antisimetría central de la curva sigmoidal. De hecho, esta condición se podría eludir mediante un modelo alternativo, imponiendo una normalización del rango $\sigma_u - \sigma_{\infty}$ a la unidad, en la que el límite de fatiga sería un parámetro del modelo y la tensión de rotura, un dato supuestamente conocido. Ello permitiría identificar el campo $S-N$ como una función de distribución, por ejemplo de mínimos de Weibull o de máximos de Fréchet, que cumpliría con más generalidad la condición de aplicabilidad del modelo en los tres campos LCF, HCF y VHCF, si bien, con un parámetro adicional y admitiendo limitaciones similares a las de la solución de Kohout-Vêchet.

De momento no parece posible superar los inconvenientes mencionados, que parecen fundamentales para garantizar la transferibilidad de los resultados de los ensayos desde el laboratorio al dimensionamiento del componente. En consecuencia se propone una vía alternativa de solución basada en una nueva propuesta del parámetro de referencia utilizando el modelo de Weibull [1].

3. EL MODELO PROPUESTO: SOBRE UNA INTERPRETACIÓN MÁS GENERAL DEL PARÁMETRO DE REFERENCIA EN EL CAMPO $S-N$

Cabría esperar que el desarrollo de un modelo de fatiga probabilista que permita incorporar el ajuste de la región de LCF se puede abordar a) como una ampliación de un modelo empírico determinista de tipo sigmoidal, como el de Kohout-Vêchet, o bien b) mediante la eliminación de incongruencias en modelos probabilísticos avanzados, como el de Castillo-Canteli [1]. La primera vía, no parece abordable, al menos de momento. La segunda vía exigiría la readaptación y extensión del parámetro de referencia GP en un intento de incluir los efectos de plasticidad en fatiga. De hecho, el rango de tensión $\Delta\sigma$, aunque magistralmente reconocido por Wöhler como el parámetro fundamental en los problemas de fatiga iniciales, no parece representar un parámetro adecuado en la generalización de fatiga más allá del dominio elástico lineal. El modelo local generalizado propuesto por los autores [8-9] permite definir un consecuente tratamiento estadístico en la evaluación de resultados experimentales de fatiga y comprender mejor las limitaciones de los procedimientos actualmente empleados en la evaluación de datos de fatiga y en su subsiguiente aplicación en el dimensionamiento y cálculo de componentes. Una de las aportaciones fundamentales de esa metodología consiste en la evidente necesidad de generalizar el concepto del parámetro de referencia (o parámetro generalizado, GP) en correspondencia con dicho modelo.

En lo que sigue, se admite la premisa de que la aplicación del modelo de Castillo-Canteli resulta ventajosa debido a que cumple los requisitos de compatibilidad, definición probabilística del campo de Wöhler, normalización en su doble vertiente de estimación de parámetros y análisis probabilístico de resultados, extrapolación asintótica, aplicabilidad en la definición probabilística de daño, potencial identificación de las curvas percentiles con el tamaño de defecto inicial, posibilidad de consideración del efecto de escala y potencial transferibilidad basada en el modelo local generalizado. En consecuencia, se propone la búsqueda de un GP que permita la asimilación de resultados experimentales al modelo de Castillo-Canteli, manteniendo su completa estructura actual con satisfacción, que no supresión, de las dos contradicciones aparentes en su versión actual: La exigencia de un comportamiento asintótico, o al menos cercano al asintótico para el límite inferior de ciclos, B , y su interpretación como tal límite inferior del modelo. De este modo se podría mantener, sin contradicciones, su aplicación práctica en la evaluación de resultados de fatiga

utilizando el programa ProFatigue de probada efectividad [10].

En sentido estricto, el modelo no presenta contradicción si se observa la base sobre la que está desarrollado: el supuesto de una ley lineal e ilimitada σ - ε . En tal caso, cualquier parámetro energético imaginable se puede expresar como relación única de la tensión o de la deformación, debido al carácter logarítmico de la variable normalizada $V=(\log N-B)/(\log \Delta\sigma-C)$. La limitación, por lo tanto, se puede entender como la consecuencia de una concepción elástica e ilimitada del problema.

La cuestión de fondo, es que dicho modelo se basa en una propiedad estadística de obligada satisfacción, la de compatibilidad, aunque esta propiedad no se tome en consideración en la práctica totalidad de los modelos de fatiga. La solución de la ecuación funcional es inapelable, con una sola condición discutible: la hipótesis de que el parámetro de forma es el mismo para ambas distribuciones. El rigor en su deducción es alto, y esa consistencia estadística se demuestra en las posteriores extensiones del modelo basado en tensiones a los modelos basados en deformaciones y en la Mecánica de la Fractura lo que prueba la interrelación de las tres aproximaciones clásicas al problema de fatiga. El desarrollo del modelo general que permite la inclusión de tensión media variable, [1], da aún mayor crédito a su validez.

De acuerdo con lo anterior, se propone la consideración de un nuevo parámetro generalizado, GP, en el que figura la influencia del módulo tangente de la curva σ - ε tanto en el momento de máxima como de mínima tensión y deformación.

$$GP = \frac{\sigma_{max}}{\left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{max}} - \frac{\sigma_{min}}{\left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{min}} = \sigma_{max} \left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{max} - \sigma_{min} \left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{min} \quad (4)$$

De este modo en el supuesto de que la curva σ - ε alcanza un máximo, GP tomaría un valor singular, justificando la tendencia asintótica del modelo. La inclusión del módulo de Young en (4), permite definir el nuevo parámetro como energético de acuerdo con un concepto más general, aunque su deducción no esté justificada, más que por las razones expuestas:

$$GP = E \left(\sigma_{max} \left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{max} - \sigma_{min} \left(\frac{d\varepsilon}{d\sigma}\right)_{min} \right) \quad (5)$$

Curiosamente, se observa un cierto paralelismo con el fenómeno de inestabilidad elástica según el modelo de Shanley modificando el original de

Euler, al tener en cuenta el efecto de plastificación de la curva σ - ε a través del módulo tangente [11].

La definición de la curva σ - ε , se supone que en su versión cíclica, cobra en este contexto una importancia fundamental. La formulación convencional de Ramberg-Osgood, no sería aceptable al representar una curva de tipo potencial sin límite superior. Incluso una introducción de un factor de corrección como el propuesto en [6] no garantiza que el límite superior se alcanzara para un valor finito de la deformación, por lo que el problema sigue abierto.

El problema fundamental se centra, por lo tanto, en la adecuación de la curva σ - ε cíclica para la deducción del parámetro de referencia, ya que una metodología unificada para la determinación experimental de la curva cíclica parece lejos de ser una realidad [12], a lo que se suma el hecho de que la curva va experimentando una variación a lo largo del ensayo. Tal vez las propuestas de Vormwald que propugna la definición de un parámetro de referencia de carácter superior, deducido de la integral J o del ciclo de histéresis, podría representar una posible solución [13].

4. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con el fin de analizar la idoneidad del modelo propuesto con datos experimentales reales, se recurre a los resultados de un programa participado por algunos de los autores [14] que implica tres diferentes relaciones de tensiones, $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$, 0, -0,5 y -1.0, ver fig. 2.

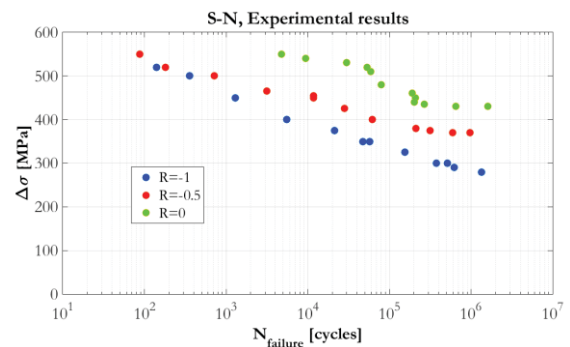


Figura 2. Resultados de fatiga para diferentes relaciones R, según [14].

En primer lugar, se aplica la expresión (5) a partir de los valores reales de σ_{max} y σ_{min} aplicados en los ensayos y de la curva σ - ε del material, identificada como una curva de Ramberg-Osgood de parámetros $K'=948.35$ MPa, $n=0.1533$, y $E=205$ GPa (ver fig. 3) lo que supone una reubicación de los resultados, inicialmente en el campo $\Delta\sigma$ - N y ahora en el campo GP- N , tal como se presenta esquemáticamente en la fig. 4.

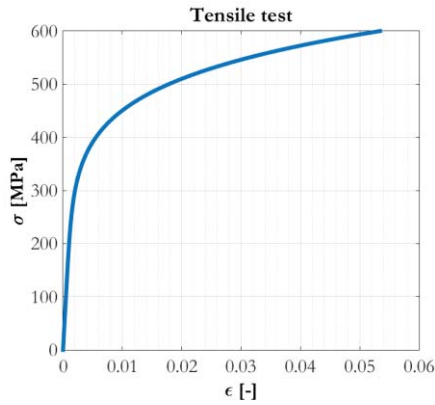


Figura 3. Curva de Ramberg-Osgood para el material ensayado, según [14].

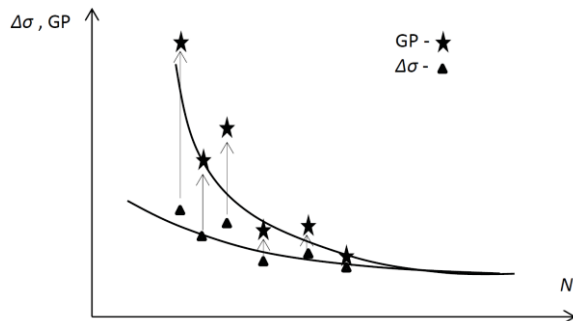


Figura 4. Representación esquemática del reposicionamiento de los resultados iniciales de fatiga desde el campo $\Delta\sigma$ -N al campo GP-N según el modelo propuesto.

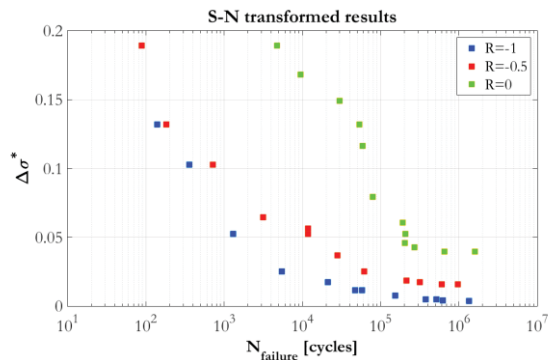


Figura 5. Campo GP-N tras el reposicionamiento de los resultados de fatiga de [14] según el modelo propuesto.

En la fig. 5 se representan los resultados de fatiga expuestos en la fig. 2 pero transformados al nuevo campo GP-N. Su ajuste para el único caso R=0 se muestra en la fig. 6, mientras que el ajuste de los resultados reconvertidos al campo en el campo $\Delta\sigma$ -N, siempre para R=0, se expone en la fig. 7.

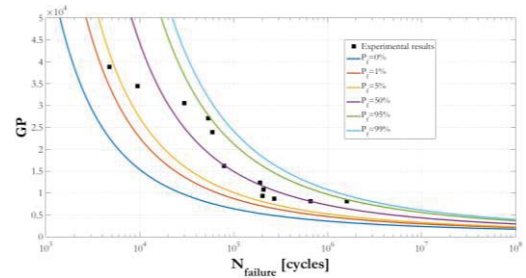


Figura 6. Resultados del ajuste con ProFatigue, para R=0, de resultados transformados (campo GP-N).

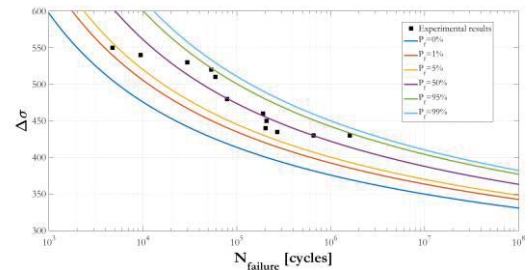


Figura 7. Resultados del ajuste en el campo GP para R=0, de resultados reconvertidos al campo $\Delta\sigma$ -N.

En todo caso, conviene destacar que una buena parte de las investigaciones sobre el ajuste de la curva de fatiga en la zona de LCF apenas aportan resultados que definen de una manera inequívoca la sigmoidalidad de la curva de Wöhler, siendo la evidencia de tal tendencia proporcionada, en ocasiones, por un solo resultado o a lo sumo dos, como se observa en el programa de ensayos realizado por Vargas et al. [15], que por otra parte, presenta diversidad de tipos de entalla o grieta. Bajo estas circunstancias la fiabilidad en el ajuste queda en entredicho.

5. DISCUSIÓN

Aunque la transformación al parámetro generalizado GP y su evaluación con ProFatigue no plantea problemas en ninguna de las tres muestras (R= -1.0, -0.5, 1), ver fig. 5, la reconversión al campo $\Delta\sigma$ -N no proporciona los resultados con tendencia sigmoidal que cabría esperar con el nuevo modelo. Varias son las posibles razones: a) De la observación de la Fig. 1 cabe deducir que ninguno de los tres grupos de ensayos parece seguir a priori una adecuada tendencia que denote su pertenencia al dominio de LCF, excepto en todo caso para la muestra de R=0, aunque los resultados en esta, no son convincentes, al presentar un rango de cambio en la tendencia de HCF y LCF, de solamente 120 MPa, y una tendencia anómala en el grupo inferior

de resultados. b) La posición de la asíntota es muy sensible a los resultados y, en especial, a su presencia o ausencia en la región alta de LCF, cercana a $\sigma_{max} = \sigma_u$, c) el diagrama σ - ε , descrito como una ecuación de Ramberg-Osgood, no permitiría en ningún caso la reconversión asintótica al no presentar un máximo para el valor σ_u y d) El modelo propuesto no impone, como premisa en la reconversión al campo inicial $\Delta\sigma$ - N , la condición de asintoticidad horizontal. De aquí que incluso se puede especular que incluso con la hipotética satisfacción de los puntos a, b) y c) el modelo no sería capaz de garantizar la deseada reconversión del ajuste probabilístico al campo inicial.

Por el contrario, la imposición de sigmoidalidad en un modelo, como es el caso del de Kohout-Vechêt, parece resolver el problema del ajuste, dentro de unos límites pero, como ya se ha indicado anteriormente, no representa la solución probabilística al problema de ajuste de resultados en la región de LCF aparte de los otros inconvenientes ya mencionados.

En todo caso, conviene resaltar que el aspecto más importante en la evaluación de resultados experimentales no consiste en conseguir el ajuste óptimo o idóneo, entendido éste como la solución que alcanza el máximo coeficiente de regresión (ya sea lineal o curvilínea de forma arbitraria), sino en garantizar la transferibilidad de esos resultados experimentales para una predicción probabilística fiable frente a fallo en el dimensionamiento de componentes fabricados con el material ensayado, que presentarán, en general, una forma y tamaño totalmente diferente a los de las probetas empleadas en el ensayo.

Se destaca el hecho de que, en el mejor de los casos, ese “ajuste óptimo” permitiría predecir con cierta fiabilidad el resultado de futuros ensayos realizados en ese mismo programa de laboratorio, con el mismo tipo de probeta y con iguales condiciones de carga, pero no permitiría, a menos que se tuviera un modelo de transformación, de momento inexistente, transferir esa información de laboratorio a la predicción del comportamiento de ese material en el dimensionamiento de un componente.

Esta limitación de transferibilidad de tal ajuste es extensible al efecto de la carga, que exige la consideración de la distribución no uniforme del parámetro generalizado que resulta del estado tensional y deformacional bajo el que se encuentra el componente

Un planteamiento correcto del problema exige la consideración de dos etapas:

La primera, relacionada con el ajuste, pero cuyo

objetivo, no es el “ajuste óptimo” sino la definición probabilística de los resultados para deducir la función de distribución experimental de fallo, específicamente dirigida hacia la determinación de los niveles bajos de probabilidad (desde 0 a 5%), con especial énfasis en la posibilidad de normalización. Comprende asimismo la transformación de la función de distribución experimental a la función de distribución primaria, presuponiendo el reconocimiento del parámetro generalizado (GP) con el correspondiente criterio de rotura, si no óptimo o verdadero, al menos adecuado.

La segunda, dirigida hacia el dimensionamiento o predicción seguros que garanticen la integridad estructural del componente, basados en el modelo local generalizado que asegura la transferibilidad de la función de distribución primaria experimental anteriormente obtenida a cualquier caso de tamaño y forma del componente y carga que implica una distribución cualquiera del parámetro generalizado [8-9]. En particular se exige la capacidad de extrapolación fuera del ámbito del programa de ensayos, lo cual por un lado, supone unas exigencias en relación con el parámetro generalizado y el criterio de rotura, y por otro, sobre el modelo de ajuste y la normalización de los ensayos de fatiga.

El caso de fatiga es especialmente instructivo, puesto que un modelo adecuado aúna todos los factores que hacen posible las exigencias planteadas en la evaluación en toda su complejidad. Por esa razón, aún conscientes de las posibles incoherencias que puede representar, el modelo de Castillo-Canteli, se insiste en que ese modelo satisface esas condiciones básicas estadísticas y físicas exigibles a un modelo. En particular la compatibilidad, como la más potente y restrictiva, es la que permite la normalización, condición imprescindible para la incorporación del ajuste al modelo generalizado local.

Finalmente cabe añadir que la tendencia convencional a una representación en el campo $\Delta\sigma$ - N , es al, igual que el ajuste óptimo, anecdótica, puesto que lo único relevante es la información sobre las propiedades de fatiga del material y éstas se representan ventajosamente en función del parámetro generalizado, es decir como campo GP - N , que por su carácter más general no presenta las limitaciones inherentes a $\Delta\sigma$. Así se aplica en [5] y en [6] de acuerdo con los diferentes GPs adoptados. De hecho, la transformación del campo GP - N al campo $\Delta\sigma$ - N es posible para cualquier GP, dado que representa una simple aplicación matemática. En cualquier caso, la deducción de la PFCDF relativa al campo S - N está lejos de ser trivial, en primer lugar por la dificultad de definición,

modelización y evaluación de ambos procesos de iniciación y propagación y en segundo lugar, por la complejidad en la aplicación del concepto de escala en ambos casos para la definición de la PFCDF.

6. CONCLUSIONES

Las principales conclusiones que se derivan de este trabajo son las siguientes:

- Con independencia de las limitaciones que se observan en la aplicación del modelo propuesto para definir el parámetro generalizado (GP), el trabajo aporta criterios válidos para el tratamiento del problema de fondo que surge al ajustar curvas de fatiga en todo el campo de vida, es decir en las regiones LCF, HCF y VHCF.
- El ajuste mediante soluciones empíricas, no probabilistas, presenta serias dificultades para su posterior mejora como modelo probabilístico.
- La importancia de lograr un ajuste “perfecto” queda relativizada al condicionarla a un tratamiento estadístico consecuente que satisfaga las condiciones de transferibilidad, desde la caracterización de fatiga realizada en el laboratorio con un determinado tipo de ensayo, de probetas de un tamaño y forma determinadas hasta el componente real.
- La aproximación al problema mediante el modelo local generalizado permite reconocer los aspectos importantes en su aplicación práctica. Una correcta caracterización implica, la evaluación estadística de la fdd experimental, FECDF, su conversión a la función primaria, PFCDF, y un consecuente tratamiento de escala, con consideración de la forma y tamaño del componente a dimensionar y la distribución del GP en aquél.
- En cualquier caso, resulta evidente la trascendencia de la definición de la curva σ - ϵ cíclica, que depende fuertemente del criterio adoptado en su definición, tanto en su ejecución como en la consideración de su evolución en función del número de ciclos.
- De todo lo anterior se deduce que un modelo probabilístico para el estudio de fatiga en la región de bajo número de ciclos va a hacerse aún esperar.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo obtenido prestado a través de Proyecto de investigación BIA2013-48352-P del Ministerio Español de Economía y Competitividad, así como del Proyecto SV-PA-11-012 y el apoyo obtenido por las Ayudas Predoctorales del Programa Severo Ochoa recibidas

por el Gobierno Regional del Principado de Asturias.

REFERENCIAS

- [1] Castillo E., Fernández-Canteli A., A unified statistical methodology for modeling fatigue damage, Springer, 2009.
- [2] Fernández-Canteli A., Blasón S., Correia J.A.F.O., de Jesús A.M.P., A probabilistic interpretation of the Miner number for fatigue life prediction, *Frattura ed Integrità Strutturale*, 30, 327-339, 2014.
- [3] Castillo E., Fernández Canteli A., Pinto H., López Aenlle M., A general regression model for statistical analysis of strain-life fatigue data, *Materials Letters*, 62, 3639-3642, 2008.
- [4] Smith, K. N., P. Watson, and T. H. Topper, A Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals, *Journal of Materials, ASTM*, Vol. 5, No. 4, 767-778, 1970.
- [5] Correia J.A.F.O., de Jesus A.M.P., Fernández-Canteli A., A procedure to derive probabilistic fatigue crack propagation data, *Int. Journal of Structural Integrity*, 3, 2, 158-183, 2012.
- [6] Fernández Canteli A., Przybilla C., Correia J.A.F.O., de Jesus A.M.P., Castillo E., Extending the applicability of probabilistic S-N models to the LCF region using energetic parameters, XVI Int. Colloquium on Mechanical Fatigue of Metals, Brno, 2012.
- [7] Kohout J., Vechët S., A new function for fatigue curves characterization and its multiple merits , *Int. J. of Fatigue* 23,175-183, 2001.
- [8] Muñoz-Calvente M., Fernández Canteli A., Shlyannikov V., Castillo E. Probabilistic Weibull methodology for fracture prediction of brittle and ductile materials. *Appl. Mech. Mater.*, 784, 443-451, 2015.
- [9] Muñoz-Calvente M., The generalized local model: a methodology for probabilistic assessment of fracture under different failure criteria, Doctoral Thesis, University of Oviedo, February, 2017.
- [10] Fernández Canteli A., Przybilla C., Nogal M., López Aenlle M., Castillo E., ProFatigue: A software program for probabilistic assessment of experimental fatigue data sets, *Procedia Engineering*, 74, 236-241, 17th ICMFM, Verbania, Italy, 25-27 May 2014.
- [11] Timoshenko S.P., Gere J.M., Theory of elastic

stability, Mc Graw Hill, 1961.

[12] ASTM E606, Tentative Recommended Practice for Constant-Amplitude Low-Cycle. Fatigue Testing, Annual Book of ASTM (1977) 626-643.

[13] Vormwald M., Anrisslebensdauervorhersage auf der Basis der Swingbruchmechanik für kurze Risse. Dissertation Technische Hochschule Darmstadt, 1989

[14] Correia J.A.F.O., Calvente M., Blasón S., Lesiuk G., Brás I.M.C., De Jesus A.M.P., Moreira P.M.G.P., Fernández-Canteli A.. Fatigue life response of P355NL1 steel under uniaxial loading using Kohout-Věchet model. XVIII ICMFM, 2016.

[15] Vargas M., Růžička M., Papuga J., Fatigue response of double notched aluminum specimens loaded under uniaxial stress, XIII Youth Symposium on Exper. Solid Mechanics, June 29th-July 2nd, Děčín, Czech Republic, 2014.